Сальникова Татьяна Владимировна (tatiana.salnikova@gmail.com),
доцент кафедры теоретической механики и мехатроники
механико-математического факультета МГУ

курс

ПАРАДОКСЫ ТЕРМОДИНАМИКИ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ, УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВЛАСОВА

В предлагаемом курсе обсуждается история развития и различные аспекты взаимодействия двух способов описания физических систем - термодинамического и статистического, а также различные способы исследования существования устойчивых решений системы Власова-Пуассона, являющейся одним из примеров класса дифференциальных уравнений в частных производных, известных как кинетические уравнения.

Если изучать с точки зрения классической механики Ньютона эволюцию системы, состоящей из очень большого числа объектов (например, движение звездной галактики или облаков на небе), то необходимо привлекать элементы и понятия теории вероятностей, изучая статистические свойства, так как невозможно ни точно учесть все действующие на объекты силы, ни точно задать начальные условия. Такое микроскопическое описание является предметом статистической механики.

С другой стороны, на макроскопическом уровне описания система обладает такими характеристиками как температура, давление, энтропия, которые не имеют смысла для отдельных частиц. С точки зрения ньютоновской механики эволюция таких систем в целом выглядит парадоксально. В отличии от классической механики Ньютона, где законы движения не меняются при обращении времени, в термодинамике время необратимо, динамика тепловых процессов однонаправлена. Противоречие между обратимостью движения отдельных частиц и необратимостью эволюции термодинамических систем привело к множеству парадоксов.

Теория среднего поля была впервые введена в галактическую динамику Джинсом, обсуждавшим использование уравнения Больцмана для моделирования эволюции галактик на протяжении миллионов или миллиардов лет, при этом каждая звезда рассматривалась как частица. Он пришел к выводу, что в первом приближении столкновения можно исключить и моделировать галактики в рамках системы Власова-Пуассона, замкнутой нелинейной системы уравнений в частных производных, определяющих временную эволюцию самогравитирующего бесстолкновительного ансамбля

частиц. При анализе стационарных решений этой системы и определения, какие из них являются устойчивыми или неустойчивыми, возникают новые математические аспекты, отличные от анализа уравнений Ньютона: какие понятия решения использовать для уравнения, какие функциональные пространства использовать, какие существуют закономерности для этих решений?
Помимо нелинейности, особая математическая сложность этой системы заключается в том, что уравнение в фазовом пространстве связано с уравнением в конфигурационном пространстве. Уравнение Власова легко дает априорные оценки L_p-норм функции плотности распределения вероятности f(x, v, t) для любых $p \in [1,\infty)$, но после интегрирования по v сохраняется только L_1- оценка на пространственную плотность, что не дает хорошей оценки для силового поля. Обсуждение этих вопросов является предметом настоящего курса лекций.

ПРОГРАММА КУРСА

1. *Начала термодинамики. Внутренняя энергия и энтропия. Стрела времени. Идеальный газ как система точек в кубе. Сведение к условно-периодическому движению. Теорема Вейля.*
2. *Парадокс Цермело. Парадокс Лошмидта. Демон Максвелла.*
3. *Распределение Максвелла. Подход Гиббса. «Термодинамизация» механических систем.*
4. *Множество математических моделей кинетической теории.*
5. *Гравитационная система Власова-Пуассона. Проблема устойчивости со статистической точки зрения. Задача Коши для бесстолкновительных кинетических систем.*
6. *Функционалы Казимира и устойчивость. Связь между инвариантами и гамильтонианом. Интерполяционные неравенства.*
7. *Стратегия нахождения устойчивых решений.*
8. *Вариационная задача и устойчивость. Два варианта метода энергии - Казимира. Теорема о существовании минимизирующей последовательности.*
9. *Минимизирующие последовательности как устойчивые состояния уравнений Власова-Пуассона.*
10. *Динамическая устойчивость.*