

## **Программа вступительного экзамена по специальности в аспирантуру (отделение механики)**

### **ОБЩАЯ ЧАСТЬ:**

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.
2. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальное решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнения  $n$ -го порядка, квазимногочлены.
3. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.
4. Свойства производной аналитической функции и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.
5. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Формула Эйлера для поля скоростей в твердом теле; теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; ускорение Кориолиса.
7. Инерциальные системы отсчета, принцип Галилея. Силы инерции.
8. Свободные и вынужденные колебания линейного осциллятора с трением. Математический маятник и его фазовый портрет.
9. Получение орбит в задаче о движении материальной точки в гравитационном поле притягивающего центра.
10. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Модели сил трения.
11. Уравнения движения твердого тела с применением главных осей инерции. Вращение твердого тела по инерции. Осесимметричный волчок, гироскопический эффект.
12. Модель идеальных связей. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
13. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Теория малых колебаний. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений, метод разделения переменных.
14. Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость механических систем. Оценивание состояния при случайных возмущениях. Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении.
15. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Кинематические свойства вихрей. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
16. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Определяющие соотношения. Замкнутые системы уравнений.

17. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
18. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Даламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши-Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
19. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия. Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.
20. Модель линейного упругого тел, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
21. Слабые и сильные разрывы. Условия на поверхности разрыва. Ударные волны. Число Маха.
22. Модели неупругого поведения тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.
23. Адиабатические и изотермические процессы. Термодинамические модели вязких теплопроводных совершенного газа и несжимаемой жидкости. Линейная термоупругость.
24. Моделирование физических процессов, П-теорема. Критерии подобия.

#### **Литература:**

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру.
  2. Зорич В.А. Математический анализ, тт. 1, 2.
  3. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений.
  4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.
  5. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики.
  6. Маркеев А.П. Теоретическая механика.
  7. Голубев Ю.В. Основы теоретической механики.
  8. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением.
  9. Седов Л.И. Механика сплошной среды, тт. 1, 2.
  10. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды.
  11. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, тт.1, 2.
  12. Черный Г.Г. Газовая динамика.
  13. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды.
  14. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах, тт. 1, 2.
  15. Новацкий В. Теория упругости.
  16. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики.
-

## Дополнительные вопросы к программе вступительного экзамена по специальности для поступающих в аспирантуру по специальности 01.02.01 – теоретическая механика

1. Движение точки относительно Земли с учетом вращения Земли: вес, падение точки. Маятник Фуко.
2. Основные положения динамики несвободных систем: голономные и неголономные связи, виртуальные и действительные перемещения, идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа, уравнения Лагранжа с неопределенными множителями.
3. Принцип Гаусса, уравнения Аппеля.
4. Принцип Мопертюи-Лагранжа-Якоби.
5. Универсальный интегральный инвариант Пуанкаре. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана.
6. Канонические преобразования: определение, критерий и свойства. Сохранение структуры уравнений Гамильтона при канонических преобразованиях, канонические преобразования и процесс движения, теорема Лиувилля о сохранении фазового объема.
7. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновых систем. Переменные действие-угол (для линейного осциллятора).
8. Движение твердого тела в центральном гравитационном поле: уравнения движения и их первые интегралы. Гравитационный потенциал и его спутниковое приближение. Ограниченная постановка задачи о движении твердого тела в центральном гравитационном поле, уравнения относительного движения в случае круговой орбиты центра масс.
9. Приближенные методы исследования динамических систем. Разложение Пуанкаре для систем с малым параметром в правой части, методы теории систем с малым параметром при производных, методы осреднения.
10. Нутационная и прецессионная теория гироскопических систем.
11. Устойчивость периодических движений. Мультипликаторы Пуанкаре и Флоке. Орбитальная устойчивость.
12. Фильтр Калмана в непрерывном и дискретном времени.
13. Стабилизация линейной стохастической стационарной системы с квадратичным критерием качества. Теорема разделения.

### Литература:

1. Александров В.В., Лемак С.С., Парусников Н.А. Лекции по механике управляемых систем. М.: КУРС, 2018. 288 с.
2. Аппель П. Теоретическая механика, тт. 1, 2. М.: Физматлит, 1960.
3. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики, 2-е изд., перераб. и доп. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 414 с.
4. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. М.: Академия, 2010. 432 с.
5. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел. М.: Физматлит, 2013. 268 с.
6. Влахова А.В., Мартыненко Ю.Г., Новожилов И.В. Колебания и фракционный анализ. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2020. 412 с.
7. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Физматлит, 2008. 304 с.

8. Ишлинский А.Ю., Борзов В.И., Степаненко Н.П., Тихомиров В.В. Лекции по теории гироскопов. М: МАКС Пресс, 2013. 296 с.
9. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.
10. Трещев Д.В. Гамильтонова механика. Лекционные курсы НОЦ. Вып. 4. М.: МИАН, 2006. 64 с.
11. Четаев Н.Г. Теоретическая механика. М.: Наука, 1987. 368 с.