

**Программа экзамена Динамические системы классической механики
по смежной специальности
(01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление»)**

I. Гамильтонова механика

1. Уравнения Гамильтона. Симплектическая структура. Скобка Пуассона. Инвариантная форма уравнений Гамильтона. ([3] с. 338-343, 350-356)
2. Теорема Лиувилля-Арнольда о полной интегрируемости. Переменные действие-угол для интегрируемой по Лиувиллю гамильтоновой системы. ([3] с. 356-364)
3. Динамика в переменных действие-угол. Резонансные и нерезонансные наборы частот. Диофантовы условия для вектора частот. ([3] с. 364, 372-374)
4. Теорема Колмогорова о сохранении квазипериодических движений в системах близких к интегрируемым (без доказательства). Изоэнергетический, неавтономный и дискретный варианты теоремы Колмогорова и их вывод из основной теоремы. ([3] с. 374-379)
5. Расщепление сепаратрис в системах с полутора степенями свободы. Интеграл Пуанкаре-Мельникова и его динамическая интерпретация. ([3] с. 391-398)

II. Устойчивость движения

1. Теорема Барбашина-Красовского об асимптотической устойчивости и теорема Красовского о неустойчивости для стационарных и периодических систем. ([15] с.48-56)
2. Линеаризация динамической системы в окрестности периодического решения. Отображение Пуанкаре. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Их связь с орбитальной устойчивостью в линейном приближении. Возвратность характеристического полинома для матрицы монодромии в случае гамильтоновой системы. ([3] с. 211-215, 289-291, 345-349; [9] с. 299-302, 187-194, 212-219)
3. Эволюция переменных "действие" в гамильтоновых системах близких к интегрируемым. Отличие случая двух степеней свободы от случая большего числа степеней свободы. Понятие о диффузии Арнольда. ([3] с. 379-383)
4. Устойчивость стационарных движений и инвариантных множеств консервативных и диссипативных механических систем: теорема Рауса-Сальвадори и ее модификации. ([3] с. 247-251; [11] с. 40-49)
5. Элементы теории катастроф. Бифуркационные диаграммы Пуанкаре-Четаева и Смейла. Бифуркация Андронова-Хопфа. ([3] с. 204-207, 252-257)

III. Динамика твердого тела

1. Динамика твердого тела в центральном гравитационном поле. Неограниченная и ограниченная постановка задачи. Спутниковое приближение гравитационного потенциала. Относительные равновесия. Понятие об оскулирующих элементах. ([3] с. 274-282; [14] с. 83-103)
2. Тяжелое твердое тело на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости: уравнения движения и их первые интегралы. Интегрируемые случаи. ([13] с. 50-53; [3] с. 258-260)
3. Тяжелое твердое тело на абсолютно шероховатой горизонтальной плоскости: уравнения движения и их первые интегралы. Интегрируемые случаи. ([13] с. 119-121; [3] с. 258-260)
4. Тяжелое твердое тело на горизонтальной плоскости с трением. Уравнения движения. Различные модели трения и их свойства. ([3] с. 258-268)
5. Уравнения динамики систем твердых тел со структурой дерева. ([7] с. 185-212)

IV. Небесная механика

1. Уравнения возмущенного движения планеты в канонических переменных Делоне. Связь переменных Делоне с оскулирующими элементами орбиты. Эволюция лунной орбиты. ([10] с. 62-64; [12] с. 343-350; [6])
2. Канонические переменные Андуайе в задаче о движении твердого тела с неподвижной точкой. Приливная эволюция вращения планеты. ([4] с. 146-147; [12] с. 380-386; [2] с. 291-301; [6])

V. Разное

1. Теорема об одночастотном усреднении. Связь решений усредненной системы с решениями исходной системы. ([3] с. 221-225)

2. Нормальная форма уравнений Гамильтона около линейно устойчивого положения равновесия. Нерезонансный и резонансный случай. ([1] с. 271-274)
3. Вариационный принцип Гамильтона-Остроградского для систем с бесконечным числом степеней свободы. Понятие об обобщенном решении. Колебания струны. Продольные и поперечные колебания стержня. Движение тяжелой гибкой нити. ([5] с. 276-282, 243-247, 283-290; [6])
4. Системы переменного состава. Общие теоремы. Уравнения Мещерского и Циолковского. ([8] с. 404-416; [6])
5. Понятие о функционале и дифференциале функционала. Задача о брахистохроне. Постановка и метод решения изопериметрической задачи. Задача о максимуме площади при фиксированной длине плоской кривой. ([8] с. 598-606)

Литература:

- [1] В. И. Арнольд, В. В. Козлов, А. И. Нейштадт Математические аспекты классической и небесной механики. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т. 3. (Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР). М.: 1985.
- [2] В. В. Белецкий Движение спутника около центра масс в гравитационном поле. М.: Изд-во МГУ, 1975.
- [3] С. В. Болотин, А. В. Карапетян, Е. И. Кугушев, Д. В. Трещев Теоретическая механика, М.: Академия, 2010.
- [4] В. Г. Вильке Аналитическая механика систем с бесконечным числом степеней свободы. Часть 1. М.: Изд-во мехмата МГУ, 1997.
- [5] В. Г. Вильке Теоретическая механика (третье издание). Спб.: Лань, 2003.
- [6] В. Г. Вильке Материалы на сайте кафедры www.theormech.msu.su.
- [7] Й. Виттенбург Динамика систем твердых тел. М.: Мир, 1980.
- [8] Ю. Ф. Голубев Основы теоретической механики. Учебник. 2-е изд., перераб. и дополн. М.: Изд-во МГУ, 2000.
- [9] Б. П. Демидович Лекции по математической теории устойчивости. М.: МГУ, 1998.
- [10] Г. Н. Дубошин Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел. М.: Наука, 1983.
- [11] А. В. Карапетян Устойчивость стационарных движений. М., Эдиториал УРСС, 1998.
- [12] М. Л. Лидов Курс лекций по теоретической механике. М.: Физматлит, 2010.
- [13] А. П. Маркеев Динамика тела, соприкасающегося с твердой поверхностью. М.: Наука, 1985.
- [14] Д. Е. Охоцимский Динамика космических полетов. М.: Изд-во МГУ, 1968.
- [15] Н. Руш, П. Абетс, М. Лалуа Прямой метод в теории устойчивости. М.: Мир, 1980.