

Программа экзамена по курсу «Теоретическая механика» для студентов 2-го курса

Лектор: доцент А.А. Зобова (3 семестр 2020 г.)

1. Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в цилиндрической и сферической системах координат.
2. Естественный трехгранник (репер Френе). Натуральная параметризация. Проекция скорости и ускорения на оси естественного трехгранника.
3. Абсолютно твердое тело. Угловая скорость твердого тела. Формулы Пуассона. Формулы Эйлера и Ривальса.
4. Поступательное, вращательное (вокруг неподвижной оси) и плоско-параллельное движения тела. Мгновенный центр скоростей и центроиды.
5. Твердое тело с неподвижной точкой. Мгновенная ось вращения и аксоиды.
6. Свободное твердое тело. Мгновенная винтовая ось.
7. Сложное движение точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.
8. Сложное движение твердого тела. Теорема сложения угловых скоростей. Углы Эйлера. Кинематические формулы Эйлера.
9. Аксиомы динамики Ньютона.
10. Работа силы на перемещении точки, мощность силы. Классификация сил (позиционная, потенциальная, консервативная, гироскопическая, диссипативная, центральная). Потенциальная энергия. Консервативность центральной силы.
11. Импульс, кинетический момент и кинетическая энергия точки. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса и кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии и закон сохранения полной механической энергии.
12. Одномерное движение точки в консервативном поле сил. Квадратуры и фазовые портреты. Положение равновесия, определение устойчивости по Ляпунову. Области возможности движения. Малые колебания в окрестности устойчивого положения равновесия.
13. Движение точки под действием центральной силы. Интеграл площадей. Интеграл энергии. Сведение к одномерному движению.
14. Движение точки в центральном гравитационном поле (задача Кеплера): определение орбит, первая и вторая космические скорости. Геостационарная орбита.
15. Вывод закона всемирного тяготения из эмпирических законов Кеплера.
16. Интеграл Лапласа. Движение точки по эллиптической орбите: уравнение времени Кеплера. Истинная и эксцентрическая аномалии.
17. Движение точки по поверхности и по кривой. Принцип освобождения и реакции связей. Реакции идеальных связей. Теорема об изменении кинетической энергии и интеграл энергии. Вычисление реакции связи при движении точки по неподвижной кривой в консервативном поле сил.
18. Математический маятник. Фазовый портрет.
19. Сферический маятник. Редукция к одномерному движению. Фазовый портрет. Движение в окрестности нижнего положения равновесия.
20. Относительное движение точки. Переносная и кориолисова силы инерции. Закон изменения кинетической энергии. Условия консервативности переносной силы инерции. Обобщенный интеграл энергии.
21. Математический маятник во вращающейся системе координат. Перестройка фазового портрета.
22. Равновесие материальной точки на Земле. Вес. Местная вертикаль. Географическая и астрономическая широта.
23. Падение материальной точки на Землю (метод малого параметра в безразмерных переменных).
24. Маятник Фуко.

25. Основные понятия динамики системы: центр масс, импульс, кинетический момент и кинетическая энергия. Оси Кенига и формулы Кенига.
26. Внешние и внутренние силы. Общие теоремы динамики свободных систем в неподвижной системе координат и в осях Кенига.
27. Задача двух тел и ее сведение к задаче Кеплера. Уточнение законов Кеплера.
28. Динамика систем со связями: понятие механической связи. Геометрические и линейные дифференциальные связи. Голономные и неголономные связи. Пример: конек Чаплыгина.
29. Виртуальные и действительные перемещения. Реакции связей. Идеальные связи.
30. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа с неопределенными множителями (первого рода).
31. Общие теоремы динамики систем со связями.
32. Момент инерции тела относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Неравенство треугольника. Оператор инерции. Осевые и центробежные моменты инерции. Эллипсоид инерции. Главные оси и моменты инерции.
33. Импульс, кинетический момент и кинетическая энергия твердого тела.
34. Уравнения движения свободного твердого тела. Эквивалентность систем сил, действующих на твердое тело. Приведение сил тяжести к центру масс тела. Пара сил. Силовой винт.
35. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Физический маятник. Теорема Гюйгенса.
36. Плоско-параллельное движение тела. Диск на наклонной прямой.

ПРОГРАММА  
КУРСА «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

для студентов отделения механики механико-математического факультета МГУ, 4 семестр  
(весна 2021 года), лектор: доцент А.А. Зобова

I. Динамика твердого тела.

1. Движение твердого тела с неподвижной точкой по инерции (волчок Эйлера): квадратуры и фазовый портрет.
2. Волчок Эйлера: геометрическая интерпретация Пуансо.
3. Регулярная прецессия динамически симметричного волчка Эйлера.
4. Тяжелое твердое тело с неподвижной точкой. Уравнения Эйлера-Пуассона и их первые интегралы. Дополнительные интегралы в случае Эйлера и в случае Лагранжа.
5. Динамически симметричное тяжелое твердое тело с неподвижной точкой (волчок Лагранжа): приведенная одномерная система, ее фазовый портрет.
6. Волчок Лагранжа: след оси симметрии на сфере Пуассона. Регулярная и псевдoreгулярная прецессия.
7. Волчок Лагранжа: равномерное вращение вокруг вертикально расположенной оси симметрии и условие Маиевского.
8. Гироскоп. Основная формула гироскопии. Приближенная формула гироскопии. Правило Жуковского.
9. Движение однородного шара по горизонтальной плоскости.

II. Лагранжева механика.

10. Переменные Лагранжа (обобщенные координаты и скорости). Кинетическая энергия системы материальных точек: ее структура. Обобщенные силы.
11. Уравнения Лагранжа второго рода как следствие принципа Даламбера-Лагранжа.
12. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно старших производных. Калибровка лагранжиана. Движение по инерции.
13. Обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби). Интеграл энергии в механических системах.
14. Циклические координаты и циклические интегралы. Метод Рауса игнорирования циклических переменных.
15. Уравнения Лагранжа для относительных движений. Обобщенно-потенциальные силы. Натуральные системы с гироскопическими силами.
16. Уравнения движения неголономных систем с неопределенными множителями.
17. Неголономные системы Чаплыгина. Уравнения Чаплыгина.
18. Принцип Гаусса. Уравнения Аппеля.
19. Сани Чаплыгина на наклонной плоскости.

III. Элементы теории устойчивости.

20. Определение устойчивости решения ОДУ и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова об устойчивости для стационарных систем (с доказательством).

21. Теорема Барбашина-Красовского об асимптотической устойчивости для стационарных систем (без доказательства). Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости как ее следствие.
22. Теорема Четаева о неустойчивости для стационарных систем (с доказательством). Теорема Красовского о неустойчивости (без доказательства).
23. Теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости и неустойчивости по первому приближению. Критерий Рауса-Гурвица.
24. Устойчивость перманентных вращений трехосного волчка Эйлера.
25. Теорема Лагранжа-Дирихле об устойчивости равновесия консервативной натуральной механической системы и понятие о ее обращении. Теорема Рауса об устойчивости положения равновесия обобщенно-консервативной системы.
26. Малые колебания консервативной системы около устойчивого положения равновесия. Нормальные координаты, собственные частоты.
27. Теоремы Кельвина--Четаева о влиянии гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия. Степень неустойчивости по Пуанкаре. Функция Релея линейных диссипативных сил.
28. Плоская круговая ограниченная задача трех тел: уравнения движения и точки либрации (относительные равновесия).
29. Теорема Рауса-Сальвадори об устойчивости стационарных движений консервативных систем с циклическими координатами.

#### IV. Вариационные принципы и симметрии.

30. Вариационный принцип Гамильтона.
31. Принцип Мопертюи-Лагранжа-Якоби.
32. Симметрии лагранжевых систем. Теорема Нётер.

#### Литература:

1. С.В.Болотин, А.В.Карапелян, Е.И.Кугушев, Д.В.Трещев. «Теоретическая механика». М.: «Академия». 2010.
2. В.И.Арнольд. Математические методы классической механики. М.: Эдиториал УРСС. 2000. 208 с.
3. А.П. Маркеев. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990. 416 с.