

Программа экзамена по курсу «Теоретическая механика»

Лекторы: доцент Т.Ф. Барбашова, доцент Т.В. Попова, доцент В.А. Прошкин

6 семестр

1. Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в полярных координатах.
2. Проекция ускорения точки на оси естественного трехгранника. Выражение кривизны кривой через скорость и ускорение.
3. Угловая скорость подвижного репера (твердого тела). Формулы Пуассона.
4. Формула Эйлера распределения скоростей точек твердого тела.
5. Формула Ривальса распределения ускорений точек твердого тела.
6. Поступательное движение твердого тела. Вращение тела вокруг неподвижной оси.
7. Плоскопараллельное движение тела. Мгновенный центр скоростей. Качение без проскальзывания.
8. Вращение твердого тела вокруг неподвижной точки. Мгновенная ось вращения.
9. Винтовое движение твердого тела. Винтовая ось, параметр винта. Произвольное движение твердого тела.
10. Абсолютная, относительная, переносная скорости точки. Теорема сложения скоростей.
11. Абсолютное, относительное, переносное, кориолисово ускорения точки. Теорема сложения ускорений.
12. Сложное движение твердого тела. Теорема сложения угловых скоростей. Теорема сложения угловых ускорений.
13. Углы Эйлера. Кинематические уравнения Эйлера.
14. Аксиомы механики Ньютона: три закона динамики материальной точки. Принцип суперпозиции сил. Прямая и обратная задачи динамики.
15. Импульс, кинетический момент и кинетическая энергия материальной точки. Теорема об изменении импульса точки. Закон сохранения импульса. Теорема об изменении кинетического момента точки. Закон сохранения кинетического момента.
16. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки. Работа силы на действительном перемещении точки, мощность силы. Потенциальные силы. Закон сохранения полной механической энергии точки.
17. Движение точки по прямой под действием силы, зависящей только от положения. Потенциальность сил. Закон сохранения энергии. Интегрирование уравнения движения в квадратурах.
18. Фазовый портрет уравнения движения точки, движущейся по прямой под действием позиционной силы, не зависящей от времени. Положения равновесия. Построение фазового портрета.
19. Линеаризация уравнения движения в окрестности невырожденного устойчивого положения равновесия.
20. Движение точки под действием центральной силы. Свойства движения. Интеграл площадей.
21. Движение точки в центральном гравитационном поле (задача Кеплера). Интеграл площадей и интеграл энергии в задаче Кеплера. Определение траекторий.
22. Первая и вторая космические скорости. Вывод законов Кеплера из законов всемирного тяготения.
23. Движение точки по кривой и по поверхности. Аксиома освобождения от связи. Реакция связи, нормальная и касательная составляющие реакции связи. Теорема об изменении кинетической энергии при наличии связи. Уравнения движения точки по кривой в проекциях на оси естественного трехгранника.
24. Математический маятник: уравнение движения, фазовый портрет, период малых колебаний. Циклоидальный маятник.

25. Переносная и кориолисова силы инерции. Движение материальной точки относительно системы отсчета, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси.
26. Равновесие материальной точки на поверхности Земли. Вес. Ускорение свободного падения. Местная вертикаль. Астрономическая широта.
27. Основные понятия динамики системы материальных точек: центр масс, импульс, кинетический момент относительно точки, кинетическая энергия. Внешние и внутренние силы и их свойства (равенство нулю суммы внутренних сил системы и суммы их моментов относительно произвольной точки).
28. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек в абсолютном движении. Законы сохранения.
29. Оси Кёнига. Формулы Кёнига для кинетического момента и кинетической энергии системы. Теоремы Кёнига об изменении кинетического момента и кинетической энергии системы.
30. Задача двух тел и ее сведение к задаче Кеплера. Уточнение законов Кеплера.
31. Кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Момент инерции системы материальных точек относительно оси. Формула Гюйгенса-Штейнера.
32. Оператор инерции (тензор инерции) твердого тела и его свойства: симметричность, положительная определенность, неравенство треугольника для главных значений. Главные оси инерции и главные моменты инерции твердого тела. Эллипсоид инерции твердого тела.
33. Кинетический момент твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной точки.
34. Вычисление кинетического момента и кинетической энергии произвольно движущегося твердого тела.

7 семестр

1. Свободная система материальных точек. Принцип детерминированности Ньютона-Лапласа. Внешние и внутренние силы, действующие на точки системы.
2. Система материальных точек со связями. Удерживающие геометрические связи. Пространство положений системы, конфигурационное пространство. Обобщенные координаты. Действительное перемещение системы. Виртуальное перемещение системы.
3. Линейные дифференциальные связи. Голономные и неголономные связи. Примеры. Виртуальные перемещения в случае линейных дифференциальных связей. Число степеней свободы голономной системы.
4. Аксиома освобождения от связей. Активные (заданные) силы и реакции связей. Уравнения движения системы со связями.
5. Элементарная работа сил, действующих на точки системы, на виртуальном перемещении системы. Идеальные связи. Примеры. Абсолютно твердое тело. Идеальность связей, задающих постоянство расстояний между точками твердого тела.
6. Лемма о множителях Лагранжа. Выражение для реакции идеальных геометрических связей. Уравнения Лагранжа I рода для системы с геометрическими связями. Нормальная и касательная составляющие реакции геометрических связей.
7. Принцип Даламбера-Лагранжа.
8. Общие теоремы динамики для систем с идеальными связями (допускающими сдвиг, поворот, не зависящими от времени) и следствия этих теорем.
9. Уравнения движения свободного твердого тела (уравнения Ньютона-Эйлера).
10. Эквивалентные системы сил, действующих на точки твердого тела. Пара сил. Приведение системы сил, действующих на точки твердого тела, к некоторой точке твердого тела. Приведение системы сил тяжести, действующих на точки твердого тела, к центру масс твердого тела.
11. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.
12. Физический маятник, уравнение движения. Приведенная длина физического маятника. Теорема Гюйгенса. Взаимные центры качания.
13. Динамика твердого тела с неподвижной точкой. Динамические уравнения Эйлера. Углы Эйлера. Кинематические уравнения Эйлера.

14. Задача Эйлера о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки. Первые интегралы. Перманентные вращения твердого тела. Интегрирование уравнений движения.
15. Регулярная прецессия динамически симметричного волчка Эйлера.
16. Уравнения Лагранжа II рода. Обобщенные силы. Выражение элементарной работы заданных сил, действующих на точки системы, на виртуальном перемещении системы через обобщенные силы. Обобщенные силы в случае потенциальных заданных сил.
17. Уравнения Лагранжа II рода в случае потенциальных заданных сил. Функция Лагранжа.
18. Структура кинетической энергии голономной системы как функции обобщенных координат, обобщенных скоростей и времени.
19. Разрешимость уравнений Лагранжа II рода механической системы относительно вторых производных обобщенных координат. Калибровка лагранжиана. Замена переменных в уравнениях Лагранжа II рода.
20. Первые интегралы уравнений Лагранжа II рода: интеграл Якоби, циклический интеграл. Натуральная лагранжева система, интеграл энергии.
21. Метод Рауса понижения порядка уравнений Лагранжа II рода при наличии циклических координат. Уравнения Рауса.
22. Понижение порядка по Раусу в задаче Лагранжа о движении твердого тела с неподвижной точкой в однородном поле силы тяжести.
23. Положение равновесия натуральной лагранжевой системы, состояние равновесия. Необходимое и достаточное условие существования положения равновесия. Положение равновесия устойчивое по Ляпунову. Теорема Лагранжа-Дирихле об устойчивости положения равновесия натуральной лагранжевой системы.
24. Линеаризация уравнений Лагранжа II рода в окрестности состояния равновесия. Решение линеаризованного уравнения Лагранжа системы с одной степенью свободы.
25. Нормальные координаты. Матрица преобразования к нормальным координатам. Интегрирование линеаризованных уравнений Лагранжа в нормальных координатах. Уравнения малых колебаний. Частоты малых колебаний. Общее решение уравнений малых колебаний в исходных обобщенных координатах.
26. Преобразование Лежандра функции Лагранжа по обобщенным скоростям. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Функция Гамильтона механической системы. Функция Гамильтона натуральной системы. Первые интегралы уравнений Гамильтона в случаях не зависящего от времени гамильтониана, наличия циклических координат, отделения переменных. Необходимое и достаточное условие существования первого интеграла уравнений Гамильтона.
27. Скобка Пуассона в канонических переменных. Свойства скобки Пуассона. Необходимое и достаточное условие существования первого интеграла канонических уравнений Гамильтона, записанное через скобку Пуассона. Теорема Пуассона о первых интегралах.
28. Сверхлагранжиан и уравнения Гамильтона.
29. Канонические преобразования переменных в фазовом пространстве. Критерии каноничности преобразования.
30. Преобразование функции Гамильтона при канонических преобразованиях, зависящих и не зависящих от времени. Унивалентное каноническое преобразование. Функция Гамильтона системы в новых переменных при унивалентном каноническом преобразовании, не зависящем от времени.
31. Свободное каноническое преобразование. Производящая функция свободного канонического преобразования. Каноничность преобразования, заданного неявно с помощью производящей функции. Преобразование гамильтониана при канонических преобразованиях с производящими функциями.
32. Уравнение Гамильтона-Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби. Метод Якоби интегрирования канонических уравнений Гамильтона. Поиск полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби в частных случаях.