

Вопросы к экзамену по классической механике

Лектор: Олег Зубелевич

Классическая механика

1. Кинематика

- (1) Определения скорости и ускорения точки относительно системы отсчета (СО). Закон движения точки, траектория точки.
- (2) Кинематическое определение твердого тела. Формулировка теоремы Эйлера ($\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_B + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{BA}]$). Определение угловой скорости. Доказательство теоремы Эйлера. Пример: Вычисление угловой скорости твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.
- (3) Мгновенная ось вращения твердого тела с (мгновенно) неподвижной точкой. Поступательное движение твердого тела ($\dots \iff \boldsymbol{\omega} = 0$).
- (4) Определение углового ускорения. Формула Ривальса ($\mathbf{a}_A = \mathbf{a}_B + [\boldsymbol{\omega}, [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{BA}]] + [\boldsymbol{\epsilon}, \mathbf{BA}]$).
- (5) Подвижные системы координат, угловая скорость подвижной системы координат. Определение относительной производной. Формула относительной производной вектора ($\frac{d}{dt} \mathbf{u} = \frac{\delta}{\delta t} \mathbf{u} + [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{u}]$).
- (6) Определение относительных и переносных скоростей и ускорений, кориолисово ускорение. Теорема о сложении скоростей и теорема о сложении ускорений. Теорема о сложении угловых скоростей.
- (7) Углы Эйлера, кинематические формулы Эйлера.

2. Элементы теории устойчивости

- (1) Общее определение устойчивости решения по Ляпунову .
- (2) Теорема об устойчивости положения равновесия в терминах функций Ляпунова (автономный случай).
- (3) ω -предельное множество решения системы $\dot{x} = v(x)$. Свойства ω -предельного множества.
- (4) Теорема о неустойчивости Красовского
- (5) Устойчивость/неустойчивость положений равновесия по линейному приближению (Без доказательства)
- (6) Теорема Рауса

3. Динамика материальной точки

- (1) Принцип детерминированности, инерциальные системы , законы Ньютона, адитивность массы, принцип суперпозиции.
- (2) Кинетический момент, момент силы, теорема об изменении кинетического момента.

- (3) Кинетическая энергия точки. Теорема об изменении энергии, дифференциальная форма работы. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии.
- (4) Примеры: Математический маятник (фазовый портрет). Общие принципы построения фазового портрета.
- (5) Задача о движении точки по плоскости в поле центра, притягивающего по закону всемирного тяготения (задача Кеплера) Движение по эллипсу, гиперболу, параболе. Вывод трех законов Кеплера. Фазовый портрет приведенной системы. Интеграл Лапласа.
- (6) Движение материальной точки относительно неинерциальной СО. Переносная сила инерции, кориолисова сила инерции. Гироскопическая стабилизация в задаче о движении точки по сфере в поле силы Лоренца и силы тяжести.

4. Общие теоремы динамики

4.1. Общие теоремы динамики системы материальных точек.

- (1) Система материальных точек, внешние и внутренние силы. Центр масс. Теорема о движении центра масс.
- (2) Кинетический момент системы относительно неподвижной точки. Момент сил. Теорема об изменении кинетического момента.
- (3) Пример: задача двух тел.
- (4) Кинетическая энергия системы. Теорема об изменении энергии, дифференциальная форма работы. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии.
- (5) Оси Кенига. Выражение кинетического момента и кинетической энергии в осях Кенига. Теоремы об изменении кинетической энергии и кинетического момента в осях Кенига.
- (6) Задача многих тел. Планетарные движения. Теорема Якоби.

4.2. Общие теоремы динамики твердого тела.

- (1) Динамическое определение твердого тела (Твердым телом называется система материальных точек, не лежащих на одной прямой, расстояние между которыми не меняется во времени. Силы, удерживающие постоянное расстояние между точками, являются внутренними.) Оператор инерции и его свойства. Эллипсоид инерции. Момент инерции относительно оси.
- (2) Выражение для кинетического момента и кинетической энергии твердого тела в терминах оператора инерции.
- (3) Теоремы об изменении кинетического момента твердого тела. Система уравнений движения твердого тела.
- (4) Теоремы об изменении кинетической энергии твердого тела. (Теоремы выводятся из уравнений движения.)
- (5) Теоремы об изменении кинетической энергии и кинетического момента для твердого тела с неподвижной точкой.
- (6) Уравнения движения твердого тела с неподвижной точкой в поле силы тяжести в системе координат связанной с твердым телом. Первые интегралы, интегральный инвариант. Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской
- (7) Волчок Эйлера, представление Пуансо