

# Программа экзамена по классической механике

## Лектор С.В.Болотин

### **Кинематика точки**

Скорость и ускорение точки относительно системы отсчета. Движение по кривой. Проекция ускорения на касательную и главную нормаль.

### **Кинематика твердого тела**

- Задание положение твердого тела замороженным репером. Множество положений твердого тела – евклидова группа  $SO(3) \times \mathbf{R}^3$ . Углы Эйлера.
- Вектор угловой скорости подвижного репера. Формулы Пуассона.
- Вектор угловой скорости твердого тела. Распределение скоростей в твердом теле. Формула Эйлера. Единственность вектора угловой скорости твердого тела.
- Вектор угловой скорости при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси. Мгновенно-винтовое движение.
- Распределение ускорений в твердом теле. Формула Ривальса. Осестремительное и вращательное ускорения. Пример: скорость и ускорение в полярных координатах.
- Плоско-параллельное движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей. Качение без проскальзывания.

### **Кинематика относительного движения**

- Абсолютная, относительная, переносная скорости точки. Теорема о сложении скоростей. Связь абсолютной и относительной производных векторной функции.

- Абсолютное, относительное, переносное, кориолисово ускорения точки. Теорема о сложении ускорений.
- Сложение угловых скоростей. Кинематические формулы Эйлера.

### **Аксиомы динамики**

- Принцип детерминированности. Преобразования Галилея и принцип относительности Галилея для замкнутых систем. Внутренние и внешние силы, третий закон Ньютона.
- Импульс, кинетический момент, центр масс, момент силы. Теоремы об изменении импульса и кинетического момента для системы без связей. Роль внутренних сил.
- Теорема об изменении кинетической энергии для систем без связей. Работа силы. Консервативные силы, закон сохранения энергии. Консервативность центральных сил.

### **Одномерное движение точки под действием позиционной силы**

- Закон сохранения энергии. Интегрирование уравнения движения. Формула для периода колебаний. Общие свойства фазового портрета. Фазовый портрет гармонического осциллятора.
- Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия. Малые колебания, асимптотика периода колебаний в окрестности точки невырожденного минимума потенциальной энергии.
- Фазовые портреты в окрестности невырожденных экстремумов потенциальной энергии. Сепаратрисы. Фазовый портрет математического маятника.

### **Движение точки в центральном поле**

- Общие свойства движения в центральном поле. Интегралы энергии и площадей. Уравнения движения в полярных координатах. Сведение к задаче об одномерном движении точки. Приведенная потенциальная энергия. Вид области возможного движения. Апсидаальный угол.

- Задача Кеплера. Фазовый портрет на плоскости  $r, \dot{r}$ . Уравнение траектории в полярных координатах. Классификация орбит: эллиптическая, параболическая, гиперболическая.
- Период обращения по эллиптической орбите. Третий закон Кеплера.
- Вывод закона тяготения из законов Кеплера.
- Задача двух тел и ее сведение к задаче Кеплера.

### **Динамика относительного движения**

- Переносная и кориолисова силы инерции. Уравнения движения точки в системе, равномерно вращающейся вокруг своей оси.
- Равновесие точки на Земле. Вес, астрономическая и географическая широта. Падение на Землю с учетом вращения Земли.
- Маятник Фуко. Его малые колебания.
- Ограниченная круговая задача трех тел. Положения относительного равновесия. Коллинеарные и треугольные точки либрации.

### **Учение о связях**

- Движение точки по поверхности. Выражение нормальной силы реакции через вторую квадратичную форму в случае неподвижной поверхности.
- Сферический маятник: уравнения движения и первые интегралы.
- Уравнения движения точки по кривой в проекциях на касательную, нормаль и бинормаль. Математический маятник, его фазовый портрет.
- Голономные связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты. Возможные и действительные перемещения. Реакции связей. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Доказательство идеальности связей в твердом теле.

## **Общие теоремы динамики для систем с идеальными связями**

- Теорема об изменении импульса для систем со связями. Движение центра масс. Закон сохранения импульса.
- Теорема об изменении кинетического момента для систем со связями. Закон сохранения кинетического момента. Пример: физический маятник.
- Теорема об изменении кинетической энергии для систем со связями. Закон сохранения энергии.

## **Динамика твердого тела**

- Оси Кенига. Формулы Кенига для кинетического момента и кинетической энергии системы.
- Теоремы об изменении кинетического момента и кинетической энергии системы относительно осей Кенига.
- Вычисление кинетического момента и кинетической энергии твердого тела. Момент инерции. Теорема Гюйгенса–Штейнера.
- Оператор инерции и его свойства: симметричность, положительная определенность, неравенство треугольника.
- Главные оси инерции, эллипсоид инерции. Использование симметрии для определения осей инерции.
- Уравнения движения твердого тела. Эквивалентность систем сил, действующих на твердое тело. Приведение системы сил тяжести к центру масс.

## **Учебники**

- Основной учебник, наиболее близкий к курсу лекций:  
[1] Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика.
- Учебник по математическим аспектам классической механики:  
[2] Арнольд В.И. Математические методы классической механики.

- Есть много других хороших учебников:
  - [3] Вильке В.Г. Теоретическая механика.
  - [4] Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики.
  - [5] Маркеев А.П. Теоретическая механика.
  - [6] Суслов Г.К. Теоретическая механика.
  - [7] Татаринов Я.В. Лекции по классической динамике.